

# МЫСЛИТЬ ДОКАЗАТЕЛЬНО

## Размышления о рациональности

Общеизвестное высказывание «мысль материальна» можно философски интерпретировать в том смысле, что мысли в действительности обладают гораздо большей силой, чем иногда кажется.



**Валерий ЕРОВЕНКО,**  
доктор физико-  
математических наук,  
профессор

Если не согласиться с тем, что мысль человека – это интеллектуальное наследие всего человечества, то у нас не будет возможности понять, в чем же заключается феномен рациональности. При желании отыскать в истории теории познания ответы на вопросы о природе рациональности мы, в лучшем случае, находим лишь подтверждения или опровержения собственных априорных представлений о ней, но это не означает, что кому-то тем самым гарантировано «право на невежество». Философской основой критической рациональности является сомнение как одна из форм мышления. Знаменитый аргумент «Согито, ergo sum» – «Я мыслю, следовательно, существую» рассматривается в философии как попытка опровергнуть скептицизм. Говорящий так воспринимает себя в виде мыслящего «Я» и считает это мыслящее «Я» более реальным, чем физический мир, воспринимаемый в ощущениях. «Даже сомнение относительно того, что я сомневаюсь, есть утверждение сомнения. Поэтому я знаю, что я существую, по крайней мере, как мыслящее существо», – утвержда-

ет американский философ Пол Куртц [1, с. 54]. В этом философическом размышлении звучит тема «достоинства мысли», а с точки зрения философии образования суть декартовского утверждения выявляется в том, «как мыслю» и, соответственно, «как существую». Важно думать, пусть даже неправильно, но в любом случае «думать для себя». Философ и математик Рене Декарт полагал, что для достоверности мысли надо использовать методы, которые применяются в математике. Но откуда тогда берется чудодейственная мощь математических способов познания? Она заключается в свободе мышления и в том, что математика – это гуманитарная наука, поскольку без человека нет математики, ее делают сами люди, думая при этом о людях.

Математика достоверна, так как надежно воспроизводима, а возникновение математики, как теоретической науки, связывается с появлением математического доказательства. Следует отметить, что любая наука со своими сложнейшими теориями и логически выверенными доказательствами, нормативным образцом которых служит современная математика, базируется на небольшом числе на первый взгляд «простых» аксиом. Поэтому вполне естественно предположить, что наше мышление тоже основывается на небольшом количестве «простых» и, как иногда кажется, иррациональных убеждений. Здесь есть определенный философский парадокс: если вашей ценностью являются такие изначально рациональные понятия, как наука, технология и прогресс, то все равно следует признать, что вера в эти понятия все же иррациональна. Можно заключить: наше

### ОБ АВТОРЕ

**ЕРОВЕНКО Валерий Александрович.**

Родился в 1950 году в г. Кирове (Россия). Окончил БГУ (1972), аспирантуру этого вуза (1975). С 1975 по 2003 год работал ассистентом, доцентом и профессором кафедры функционального анализа БГУ.

С 2003 года – заведующий кафедрой общей математики и информатики механико-математического факультета БГУ.

Доктор физико-математических наук (1996), профессор.

Автор более 350 математических, философских и методических публикаций.

Сфера научных интересов: спектральная и фредгольмова теория операторов, философия математики, методология преподавания математики для гуманитариев.

мышление, основанное на строгих доказательствах, зависит от наших ценностей, но, вообще говоря, не наоборот. Есть и более приземленная интерпретация такого положения. Если кто-то будет настаивать на предъявлении доказательства чьей-то «правоты», то можно не сомневаться – какие-то «рациональные» доказательства вам в конечном итоге найдут, даже несмотря на ваше принципиальное несогласие с этими аргументами.

Мы все мыслим по-разному. Но не всякое мышление является знанием или тем, что принято называть наукой. Математика – это наука, которая опирается в своих доказательствах на мыслимый, а не чувственный опыт, на математическую интуицию. Такая интуиция при изучении явлений природы была присуща великим мыслителям прошлого в поисках философского знания, которое, включая математику, освобождало их от фатализма. Они противопоставляли разуму веру как некое иррациональное начало и с помощью своего мирозерцания пытались внести гармонию в наше понимание и наши ощущения. Только благодаря этим способностям в мечтах и переживаниях мы можем превзойти любые самые смелые задумки и ожидания. Задача науки, по Аристотелю, состояла в познании причин явлений, а саму науку он определял как «знание, основанное на доказательствах». Специфика философии, отличающая ее от математики, состоит в том, что в ней нет теорий и выводов, которые были бы обязательными для всех философов. Но все доказать невозможно, хотя любое научное знание, основанное на доказательствах, предполагает некоторые несомненные основания для работы мысли.

Как говорил философ Мераб Мамардашвили, «мысль вырастает из удивления». Например, можно удивляться возможности нашего существования и тому, что есть жизнь. Вообще говоря, считал он, есть лишь причины для того, чтобы «мысли не было», но как будто нет причины для того, чтобы она была. Исходя из опыта общения с некоторыми студентами, можно утверждать: с точки зрения социокультурных реалий нашей жизни это до сих пор звучит актуально. Но хочется верить, что есть страсть познания, которую можно интерпретировать как рациональное движение в науч-

ном познании. По мнению М. Мамардашвили, «в классической рациональности исходят из того, что преобразования, или связь по взаимным преобразованиям различных точек наблюдения, предполагают суммацию знаний и некоторое движение по этому суммированию» [2, с. 230]. Но в философском контексте неклассической рациональности, предполагающей принципиальную незавершенность картины мира, именно «суммация знаний» является наиболее сложным, а для некоторых неосуществимым актом познания. Если по-философски принять как должное все несовершенство мира, то тогда можно попытаться сделать его более рациональным и справедливым.

Нельзя не отметить, что «кризис разума», который теснейшим образом связан с достижениями в научно-технической сфере, явным образом проявляется на переломных этапах развития общества. Философы говорят о кризисе классических представлений о рациональности. Если сузить эту проблему, то можно сказать, что каждый исторический тип научной рациональности существует в методологическом единстве неповторимых и в то же время универсальных черт. В философии науки выделены важнейшие, или, как говорят философы, конститутивные характеристики научной рациональности, задающие мировоззренческие основания современного научного исследования – структурность, целостность и системность. При этом следует иметь в виду, что методологические предположения, на которые опирается философская экспликация генезиса рациональности, ограничиваются рядом базовых принципов, свойственных философскому исследованию. Выявление границ рациональности – это, собственно говоря, и есть школа философской мысли как таковой. Здесь мысль сознает свою ограниченность и преодолевает ее, имея дело с такими категориями, как «бесконечность» и «ничто».

Можно даже предположить: понятие рациональности элиминируется, то есть исключается или устраняется, в духе «бритвы Оккама», однако методологическая сложность состоит в том, что понятия-заменители сами нуждаются в опоре на рациональные представления. Английский схоласт Уильям Оккам предлагал свою «бритву» для устранения ненужных сущностей, в частности,



утверждая: не надо усложнять объяснения, если в этом нет необходимости. Например, в терминах неевклидовых геометрий трудно различать евклидовы объекты, поэтому иногда новые сущности разрушают именно те условия, на которых то, что мы хотим объяснить, существует. Философский смысл иррационализма состоит в его обращении к интуиции и подсознательным способностям человека. По мнению современных философов математики, теория рационального в математике должна развиваться через выявление принципов, лежащих в основе интуитивных суждений, проясняющих рациональную связь различных математических практик, поскольку философские суждения о рациональности и иррациональности, вообще говоря, крайне неопределенны. Но противопоставление рационализма и иррационализма имеет много различных философских смыслов, а первый фундаментальный – идет от математического образа соотношения рациональных и иррациональных чисел.

В великий век греческого рационализма в математике был достигнут такой уровень, который не смогли превзойти до XVII столетия. Но проблема в том, что греческий рационализм, переоценивавший человеческий интеллект, игнорировал возможность иррациональности в человеке, без которой не проявляется рациональность.

«Все наши концепции, – иронизирует современный английский писатель Тибор Фишер, – лишь попытки объяснить очередную насмешку мироздания. Все они – в лучшем случае лоскутное одеяло, криво пошитое из философии, математики, астрономии, биологии, лишь бы нам в этом мире было не так холодно и неудобно. Мудрости никогда не удавалось разом охватить весь оком жизни» [3, с. 153]. Рациональное и иррациональное естественным образом соединяются в обыденном восприятии, а бесспорные истины встречаются, наверное, только в математике, доступной для большинства. Поэтому для сохранения философской респектабельности понятия «рациональность» надо вывести дискуссии о рациональности за рамки сложившихся клише, сделав ключевым понятие «стиля разумного рассуждения».

В конкретизации стиля математического мышления особую методологическую значимость представляет целостность познавательной деятельности, которая проявляется в особенностях мышления. Существенные отличия математического стиля рассуждения от повседневного мышления обусловлены требованиями, предъявляемыми к языку математики. Для его понимания необходимо учитывать специфику гуманитарного мышления, которая проявляется в приоритете ассоциативного перед формально-логическим, конкретного над абстрактным и в эмоциональной окрашенности. В частности, одна из задач философского мышления – выявление связей в системе явлений там, где такая связь явно не просматривается. Поэтому, чтобы правильно формулировать проблемные вопросы, необходимо возвращаться к философскому анализу сути принципа рациональности, что должно отражаться на формировании смыслового поля философии образования. Так, например, философия неклассической рациональности дает новый импульс к пониманию истинности с точки зрения активной роли субъекта в познании. Ценность такого методологического подхода состоит в том, что мудрая природа уже заложила в людей «любовь к сомнению», хотя математики не ищут обоснования своих ценностей, потому что никогда в них не сомневаются.

Но как быть не математику, которому трудно удержаться на уровне «чистого

◀ Уильям Оккам

разума»? Аналитическим путем прогресс в направлении мыслительной деятельности возможен в результате интеллектуальных усилий человека над самим собой, поскольку, образно говоря, «мышление есть разговор с самим собой». Нельзя жить не задумываясь. Начальный пункт философского образования начинается с максимы «познай самого себя», то есть: вдумайся в то, что тебе близко. Плохо, когда человек, проживая жизнь, знает о других больше, чем о себе. Еще хуже тем, кого никто не хочет знать. Согласно одной из максим Монтеня, «нет стремления более естественного, чем стремление к знанию...». Знание нельзя передать от одного человека другому, например, с помощью речи, без ответного желания того его воспринять. Знанию вообще нельзя научить, его можно обрести только через себя, а роль обучающего всегда будет только вспомогательной. Для соответствующей мотивации имеются определенные цели рационального познания, состоящие в достижении истины и ее понимания. В образовательном контексте речь идет не о понимании всего, например, наиболее известных доказательств, а о «возможности понимания» того, что уже понято.

В кризисные эпохи рационализму всегда приходится защищать свое право на критику. Рациональная критика может быть неверной, но, тем не менее, иногда плодотворной, поскольку новое знание нередко открывается через осознание нашего незнания. «Зачем человек мыслит? Какой от этого толк?» – спрашивал Людвиг Витгенштейн. Например, среди выдающихся достижений безусловное первенство принадлежит теореме Гёделя, поскольку ее формулировка допускает толкование, имеющее общеполитическое значение. Несмотря на негативные интерпретации, она с особой силой выявляет творческий характер математики. Исследователь проблемы рациональности американский философ Джон Сёрль комментирует эту ситуацию следующим образом: «Например, многие люди не хотели верить теореме Гёделя, потому что она разрушала их исследовательские построения. Но после того, как они поняли корректность доказательства с точки зрения рациональности, у них не оставалось выбора» [4, с. 204]. Признать корректность доказательства – это значит

признать достаточность оснований, чтобы его принять.

Каково значение доказательства Гёделя для рассматриваемой темы философических рассуждений о рациональности? Хорошо известно: никакой общезначимый фрагмент современной математики не может решить ни одну из тех проблем, которые волнуют нас. Да, это так, но в мировоззренческом контексте философский интерес представляет та ситуация, в которую вводит нас доказательство. Речь идет о том: хотя открытия Гёделя и разрушили старые надежды, подкрепленные было исследованиями по основаниям математики, они, в то же время, обогатили эти исследования новыми методами рассуждений. Один из наиболее полезных практических выводов можно сделать по поводу методики преподавания математики и построения курсов для гуманитариев, исключая излишне формализованные разделы математики. Попытка внести в учебники математики строгость, соответствующую стандартам профессионалов, объяснялась тем, что современная математика более абстрактная наука. Прежде чем дойдешь до содержательных теорем, надо доказать «кучу тривиальных», которые внешне более очевидны, чем используемые для их доказательства утверждения. Поскольку невозможно логически обосновать все методические рекомендации, то методика преподавания математики – это больше искусство, чем наука.

Видимо, нет глубокого смысла в том, что «менее очевидным» пользуются для того, чтобы доказать «более очевидное», особенно после того, как Курт Гёдель показал, что в принципе для доказательства непротиворечивости формальной системы нужно выйти за пределы формализуемого в системе. Уникальное качество рациональности человека проявляется в том, что он способен творить и созидать в соответствии с независимыми от него философскими и математическими основаниями. Хотя философия математики запоздала с методологическим анализом, нельзя не отметить устойчивый интерес к исторически возникшему взаимодействию математики и философии, связанному с актуализацией общенаучных критериев рациональности. С точки зрения математического образования гуманитариев, не все черты естественного языка необходимы

для рационального мышления, основанно-го на доказательных рассуждениях. При этом не следует упрощать ситуацию в том смысле, что рациональность в мышлении определяется каким-либо фиксированным набором правил. Одна из аксиом остроумия Ларошфуко гласит: «Наш ум ленивее, чем тело». Поэтому если мы говорим о воспитании логического мышления и точности выражения мысли как одной из важных задач обучения математике, то эти качества должны вырабатываться как следствие освоения содержательного материала на основе той «дисциплины мышления», которую демонстрируют математические доказательства.

Уверенность в убедительности доказательства достигается за счет того, что вызывающие сомнения предложения, входящие в доказательство, сопоставляются с уже известными утверждениями. Но включение уже «известного» в сложное математическое доказательство приводит к тому, что доказательство по существу составляет «из кусков». Возможно, это прозвучит неожиданно, но, как считает известный математик и логик Владимир Успенский, термин «доказательство» не имеет точного определения: «А приблизительное его определение таково: доказательство – это убедительное рассуждение, убеждающее нас настолько, что с его помощью мы способны убеждать других» [5, с. 441]. Действительно ли смысл или суть математического предложения становятся ясными, как только мы сможем следовать за доказательством? Доказательство требуется, если утверждение теоремы не очевидно. Следует признать, что представление об убедительности доказательства связано с социальной психологией человека. Но когда преподаватель математики старается научить своих учеников «мыслить доказательно», ему хочется верить, будто такие интеллектуальные навыки будут востребованы ими далеко за пределами математики. Вера есть – уверенности нет.

Никто не в состоянии «убежать от своей тени», поэтому рассуждать о собственных насущных проблемах нельзя без суждений о тех или иных высказываниях прошлого. В Евангелии от Иоанна, согласно бытующей легенде, Христос на допросе у Пилата сказал: «Я на то родился и на то пришел в мир, чтобы свидетельствовать об истине...». Для нас реакция Понтия Пилата,



◀ Картина Н.Н. Ге  
«Что есть истина?»  
(«Христос и Пилат»).  
1890 год

вполне естественная для человека эллинской культуры, может показаться странной, так как его вопрос «Что есть истина?» так и остался безответным. В контексте современной методологии познания важно отметить: Пилат тогда не спросил, а сказал: «Что есть истина?» По существу, это его философское размышление, хотя по форме – вопрос. Хочется надеяться, что этот общемировоззренческий вопрос будет сопровождать нас всегда и, возможно, иногда потенциально спасать от заблуждений. Мы должны стараться мыслить доказательно, так как в кризисные эпохи рационализму приходится защищать право на существование, чему способствует интеллектуально доступная математика, сочетающая демократичность и открытость с запретом на субъективность и бездоказательность. ▀

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Куртц, П. Новый скептицизм: Исследование и надежное знание / П. Куртц. – М.: Наука, 2005. – 360 с.
2. Мамардашвили, М. Мой опыт нетипичен / М. Мамардашвили. – СПб.: Азбука, 2000. – 400 с.
3. Фишер, Т. Философы с большой дороги / Т. Фишер; пер. с англ. А.В. Нестерова. – М.: АСТ, 2003. – 415 с.
4. Сёрль, Дж. Рациональность в действии / Дж. Сёрль; пер. с англ. А. Колодия, Е. Румянцевой. – М.: Прогресс-Традиция, 2004. – 336 с.
5. Успенский, В.А. Апология математики / В.А. Успенский. – СПб.: Амфора, 2010. – 554 с.